# Klausur – Aufgaben

HAMBURGER FERN-HOCHSCHULE · HFH ·
UNIVERSITY
OF APPLIED SCIENCES

| | |
|---|---|
| Studiengang | **Betriebswirtschaft** |
| Fach | **Wirtschaftsstatistik** |
| Art der Leistung | **Prüfungsleistung** |
| Klausur-Knz. | **BW-WST-P11-030524** |
| Datum | **24.05.03** |

**Bezüglich der Anfertigung Ihrer Arbeit sind folgende Hinweise verbindlich:**

- Verwenden Sie ausschließlich das vom Aufsichtführenden **zur Verfügung gestellte Papier** und geben Sie sämtliches Papier (Lösungen, Schmierzettel und nicht gebrauchte Blätter) zum Schluss der Klausur wieder bei Ihrem Aufsichtsführenden ab. Eine nicht vollständig abgegebene Klausur gilt als nicht bestanden.
- Beschriften Sie jeden Bogen mit Ihrem **Namen und Ihrer Immatrikulationsnummer**. Lassen Sie bitte auf jeder Seite 1/3 ihrer Breite als Rand für Korrekturen frei und nummerieren Sie die Seiten fortlaufend. Notieren Sie bei jeder Ihrer Antworten, auf welche Aufgabe bzw. Teilaufgabe sich diese bezieht.
- Die Lösungen und Lösungswege sind in einer für den Korrektanten **zweifelsfrei lesbaren Schrift** abzufassen. Korrekturen und Streichungen sind eindeutig vorzunehmen. Unleserliches wird nicht bewertet.
- Bei numerisch zu lösenden Aufgaben ist außer der Lösung stets der **Lösungsweg anzugeben**, aus dem eindeutig hervorzugehen hat, wie die Lösung zustande gekommen ist.
- Zur Prüfung sind bis auf Schreib- und Zeichenutensilien ausschließlich die nachstehend genannten Hilfsmittel zugelassen. Werden **andere als die hier angegebenen Hilfsmittel verwendet** oder Täuschungsversuche festgestellt, gilt die Prüfung als nicht bestanden und wird mit der Note 5 bewertet.

| | | | |
|---|---|---|---|
| **Bearbeitungszeit:** | 120 Minuten | **Hilfsmittel:** | — Studienbriefe |
| **Anzahl Aufgaben:** | - 5 - | | — FFH-Taschenrechner |
| **Höchstpunktzahl:** | - 100 - | | |

## Bewertungsschlüssel

| Aufgabe | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| max. Punktzahl | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 |

## Notenspiegel

| Note | 1,0 | 1,3 | 1,7 | 2,0 | 2,3 | 2,7 | 3,0 | 3,3 | 3,7 | 4,0 | 5,0 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| notw. Punkte | 100-95 | 94,5-90 | 89,5-85 | 84,5-80 | 79,5-75 | 74,5-70 | 69,5-65 | 64,5-60 | 59,5-55 | 54,5-50 | 49,5-0 |

## Aufgabe 1: 20 Punkte

In nachstehender Tabelle ist die Verteilung von 40 Zeitwerten in Minuten für einen sich wiederholenden Arbeitsgang festgehalten.

| von $x_i^u$ bis unter $x_i^o$ | Klassenmitte $x_i$ | abs. Häufigk. $f_i$ |
|---|---|---|
| 60 – 64 | 62 | 2 |
| 64 – 66 | 65 | 8 |
| 66 – 68 | 67 | 16 |
| 68 – 72 | 70 | 10 |
| 72 – 80 | 76 | 4 |

a) Berechnen Sie unter Verwendung der jeweiligen Klassenmitten $x_i$ (die alle Werte der betreffenden Klasse repräsentieren) und der absoluten Klassenhäufigkeiten $f_i$ das arithmetische Mittel, die Varianz und die auf 3 Dezimalstellen gerundete Standardabweichung. — 7 Punkte

b) Betrachten Sie nun für die Verteilung des stetigen Merkmals „Zeitwert des bestimmten Arbeitsganges“ **nur** die **erste** und die **dritte Spalte** der obigen Tabelle. Bestimmen Sie anschließend durch Feinberechnung das erste Quartil, den Median (2 Dezimalstellen) und das dritte Quartil (eine Dezimalstelle). — 8 Punkte

c) Berechnen Sie aus Ihren Ergebnissen zu a) und b) die auf 3 Dezimalstellen gerundeten Schiefemaße nach Yule und nach Pearson. Liegt im Beispiel eine linksschiefe oder eine rechtsschiefe Verteilung vor? — 5 Punkte

## Aufgabe 2: 20 Punkte

Eine Firma stellt sehr kleine Speziallampen her, deren Brenndauer normalverteilt ist mit dem Mittelwert $\mu$=120 h und der Standardabweichung $\sigma$=3,75 h.

a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird die Lebensdauer einer zufällig der Produktion entnommenen Lampe des genannten Typs wenigstens 113,1 Stunden betragen? (3 Dezimalstellen) — 3 Punkte

b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird die Lebensdauer einer zufällig der Produktion entnommenen Lampe des genannten Typs höchstens 129,6 Stunden betragen? (3 Dezimalstellen) — 3 Punkte

c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird die Lebensdauer einer zufällig der Produktion entnommenen Lampe des genannten Typs größer als 112,2 Stunden und kleiner als 126,6 Stunden betragen? (3 Dezimalstellen) — 6 Punkte

d) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird die Lebensdauer einer zufällig der Produktion entnommenen Lampe des genannten Typs genau 120 Stunden betragen? — 2 Punkte

e) Eine Speziallampe wird als Ausschuss bezeichnet, wenn ihre Lebensdauer höchstens 111,3 Stunden beträgt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig gewählte Lampe Ausschuss ist? (3 Dezimalstellen) — 3 Punkte

f) Ein Abnehmer bestellt bei der Firma 200 Lampen des obigen Typs. Mit wie viel Ausschussstücken muss die Firma im Mittel rechnen? — 3 Punkte

## Aufgabe 3: 20 Punkte

Die folgende Tabelle zeigt die Preis- und Mengenentwicklungen eines Warenkorbes mit den ausgewählten Gütern A, B, C, D, E und F für die Jahre 1999, 2000, 2001 und 2002.

| Waren- | 1999 | | 2000 | | 2001 | | 2002 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| korb | Menge | Preis | Menge | Preis | Menge | Preis | Menge | Preis |
| A | 12 | 9,00 | 14 | 9,30 | 15 | 9,30 | 14 | 9,50 |
| B | 8 | 10,00 | 10 | 10,40 | 9 | 10,50 | 10 | 11,00 |
| C | 10 | 6,00 | 10 | 5,70 | 12 | 6,30 | 12 | 7,00 |
| D | 25 | 8,00 | 24 | 8,10 | 25 | 8,20 | 21 | 8,70 |
| E | 30 | 15,00 | 32 | 15,20 | 32 | 15,70 | 25 | 16,40 |
| F | 17 | 6,00 | 16 | 6,10 | 18 | 6,20 | 20 | 6,50 |

a) Nennen und berechnen Sie die Preisindizes nach Laspeyres für die vier Jahre mit dem Basisjahr 1999. 13 Punkte

b) Interpretieren Sie die Preisindizes $P_L^{1999/2000}$ und $P_L^{1999/2001}$. 3 Punkte

c) Halten Sie die gewonnenen Preisindizes nach Laspeyres in einer Tabelle nach aufsteigender Jahreszahl als Zeile geordnet fest. Bestimmen Sie die entsprechenden Meßzahlen durch Umbasieren für das neue Basisjahr 2001 (wenn nötig auf 2 Dezimalstellen gerundet). 4 Punkte

## Aufgabe 4: 20 Punkte

Die Wahrscheinlichkeit, dass eine aus einem tropischen Meeresabschnitt von einem Taucher empor gebrachte Seeperlmuschel eine verarbeitbare Perle aufweist, sei konstant p=0,16. Dabei sei unterstellt, dass jede derartige Muschel maximal eine Perle besitzt. Sie wollen nun 25 Tauchgänge betrachten, wobei bei jedem Tauchgang genau eine Seeperlmuschel an die Oberfläche gebracht wird. Es beschreibe x die Anzahl der in den 25 Muscheln enthaltenen verarbeitbaren Perlen.

a) Wie viele verschiedene Werte kann die diskrete Zufallsvariable x annehmen? 1 Punkt

b) Wie ist die Zufallsvariable x verteilt? Nennen Sie alle Parameter, die zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten nötig sind. 3 Punkte

c) Wie viele verarbeitbare Perlen erwarten Sie im Mittel bei den 25 Muscheln? Wie groß ist die Varianz von x ? (2 Dezimalstellen) 3 Punkte

d) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass unter den 25 Seeperlmuscheln genau 3 verarbeitbare Perlen sind? (4 Dezimalstellen; nur eine Rechnung wird gewertet) 3 Punkte

e) Ist es wahrscheinlicher, dass in den 25 Muscheln 3 verarbeitbare oder 5 verarbeitbare Perlen sind? (4 Dezimalstellen; nur eine Rechnung wird gewertet) 3 Punkte

f) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass unter den 25 Muscheln keine verarbeitbare Perle ist? (4 Dezimalstellen; nur eine Rechnung wird gewertet) 3 Punkte

g) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass unter den 25 Muscheln höchstens eine verarbeitbare Perle ist? (4 Dezimalstellen; nur eine Rechnung wird gewertet) 4 Punkte

## Aufgabe 5: 20 Punkte

In einer Firma der New Economy wird vermutet, dass zwischen dem Jahresgewinn x in Mill. € und dem jährlichen Materialaufwand y in Mill. € ein tendenziell linearer Zusammenhang besteht. Zu diesem Zweck werden die von vergleichbaren Firmen angeforderten Daten in nachstehender Tabelle festgehalten.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Jahresgewinn x in Mill. € | 27 | 32 | 36 | 40 | 45 | 48 |
| Materialaufwand y in Mill. € | 9 | 12 | 15 | 16 | 18 | 20 |

a) Berechnen Sie anhand einer geeigneten Tabelle den auf 2 Dezimalstellen gerundeten Wert des Korrelationskoeffizienten r nach Bravais–Pearson. Interpretieren Sie Ihr Ergebnis. 6,5 Punkte

b) Beurteilen Sie mit dem Determinationskoeffizienten den Modellansatz. 3 Punkte

c) Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Regressionsgeraden von y auf x. 6 Punkte

d) Nennen und interpretieren Sie den Regressionskoeffizienten. 3 Punkte

e) Die Firma schätzt für das kommende Jahr einen Jahresgewinn in Höhe von 30 Mill. €. Mit welchem jährlichen Materialaufwand in Mill. € hat die Firma im Mittel zu rechnen? 1,5 Punkte

**Viel Erfolg!**

## Lösung Aufgabe 1: 20 Punkte

a)

| $x_i$ | $f_i$ | $x_i f_i$ | $x_i - \overline{x}$ | $(x_i - \overline{x})^2$ | $(x_i - \overline{x})^2 \cdot f_i$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 62 | 2 | 124 | –6 | 36 | 72 |
| 65 | 8 | 520 | –3 | 9 | 72 |
| 67 | 16 | 1072 | –1 | 1 | 16 |
| 70 | 10 | 700 | 2 | 4 | 40 |
| 76 | 4 | 304 | 8 | 64 | 256 |
| | 40 | 2720 | | | 456 |
| | | **1 Punkt** | | | **1 Punkt** |

$$\overline{x} = \frac{2720}{40} = 68$$ **2 Punkte**

$$s_x^2 = \frac{456}{40} = 11{,}4$$ **2 Punkte**

$$s_x \approx 3{,}376$$ **1 Punkt**

b)

| von $x_i^u$ bis unter $x_i^o$ | $f_i$ | $f_{c_i}$ |
|---|---|---|
| 60 – 64 | 2 | 2 |
| 64 – 66 | 8 | 10 |
| 66 – 68 | 16 | 26 |
| 68 – 72 | 10 | 36 |
| 72 – 80 | 4 | 40 |

**2 Punkte**

$Q_1$ : $\quad 0{,}25 \cdot 40 = 10 \quad$ *liefert* $\quad Q_1 = 64 + \dfrac{10-2}{8} \cdot 2 = 66$ **2 Punkte**

$Q_2 = \tilde{x}$ : $\quad 0{,}5 \cdot 40 = 20 \quad$ *liefert* $\quad \tilde{x} = 66 + \dfrac{20-10}{16} \cdot 2 = 66 + 1{,}25 = 67{,}25$ **2 Punkte**

$Q_3$ : $\quad 0{,}75 \cdot 40 = 30 \quad$ *liefert* $\quad Q_3 = 68 + \dfrac{30-26}{10} \cdot 4 = 68 + 1{,}6 = 69{,}6$ **2 Punkte** c)

$$sk_{(P)} = \frac{3 \cdot (\bar{x} - \tilde{x})}{s_x} \approx \frac{3 \cdot (68 - 67{,}25)}{3{,}376} \approx 0{,}666$$ **2 Punkte**

$$sk_{(Y)} = \frac{(Q_3 - \tilde{x}) - (\tilde{x} - Q_1)}{Q_3 - Q_1} = \frac{(69{,}6 - 67{,}25) - (67{,}25 - 66)}{69{,}6 - 66} = \frac{1{,}1}{3{,}6} \approx 0{,}306$$ **2 Punkte**

Beide Schiefemaße sind positiv. Das deutet auf eine rechtsschiefe Verteilung der Zeitwerte hin. **1 Punkt**

## Lösung Aufgabe 2: 20 Punkte

a) $$p(x \geq 113{,}1) = p\left(z \geq \frac{113{,}1 - 120}{3{,}75}\right) = p(z \geq -1{,}84) = 0{,}5 + p(0 \leq z \leq 1{,}84) \approx$$
$$\approx 0{,}5 + 0{,}467 \approx 0{,}967$$ **3 Punkte**

b) $$p(x \leq 129{,}6) = p\left(z \leq \frac{129{,}6 - 120}{3{,}75}\right) = p(z \leq 2{,}56) = 0{,}5 + p(0 \leq z \leq 2{,}56) \approx$$
$$\approx 0{,}5 + 0{,}495 \approx 0{,}995$$ **3 Punkte**

c) $$p(112{,}2 < x < 126{,}6) = p\left(\frac{112{,}2 - 120}{3{,}75} < z < \frac{126{,}6 - 120}{3{,}75}\right) = p(-2{,}08 < z < 1{,}76) =$$ **6 Punkte**
$$= p(0 \leq z \leq 2{,}08) + p(0 \leq z \leq 1{,}76) \approx 0{,}481 + 0{,}461 \approx 0{,}942$$

d) $p(x = 120) = 0$ **2 Punkte**

e) $$p(x \leq 111{,}3) = p\left(z \leq \frac{111{,}3 - 120}{3{,}75}\right) = p(z \leq -2{,}32) = 0{,}5 - p(0 \leq z \leq 2{,}32) \approx$$ **3 Punkte**
$$\approx 0{,}5 - 0{,}490 \approx 0{,}01$$

f) Bei 100 Lampen ist im Mittel ein Ausschussstück zu erwarten, bei 200 Lampen also 2 Ausschussstücke. **3 Punkte**

## Lösung Aufgabe 3: 20 Punkte

a)

| | 1999 | | | 2000 | | 2001 | | 2002 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Menge | Preis | Wert $p^{99} q^{99}$ | Preis | Wert $p^{00}q^{99}$ | Preis | Wert $p^{01}q^{99}$ | Preis | Wert $p^{02}q^{99}$ |
| A | 12 | 9,00 | 108,00 | 9,30 | 111,60 | 9,30 | 111,60 | 9,50 | 114,00 |
| B | 8 | 10,00 | 80,00 | 10,40 | 83,20 | 10,50 | 84,00 | 11,00 | 88,00 |
| C | 10 | 6,00 | 60,00 | 5,70 | 57,00 | 6,30 | 63,00 | 7,00 | 70,00 |
| D | 25 | 8,00 | 200,00 | 8,10 | 202,50 | 8,20 | 205,00 | 8,70 | 217,50 |
| E | 30 | 15,00 | 450,00 | 15,20 | 456,00 | 15,70 | 471,00 | 16,40 | 492,00 |
| F | 17 | 6,00 | 102,00 | 6,10 | 103,70 | 6,20 | 105,40 | 6,50 | 110,50 |
| | | | 1000,00 | | 1014,00 | | 1040,00 | | 1092,00 |
| | | | **2 Punkte** | | **2 Punkte** | | **2 Punkte** | | **2 Punkte** |

$P_L^{1999/1999} = 100$ **0,5 Punkte** $P_L^{1999/2000} = \frac{1014}{1000} \cdot 100 = 101{,}4$ **1,5 Punkte**

$P_L^{1999/2001} = \frac{1040}{1000} \cdot 100 = 104$ **1,5 Punkte** $P_L^{1999/2002} = \frac{1092}{1000} \cdot 100 = 109{,}2$ **1,5 Punkte**

b) Die Preise der Waren in den Mengen des Basisjahres 1999 sind im Jahr 2000 um 1,4% gestiegen. **1,5 Punkte**

Die Preise der Waren in den Mengen des Basisjahres 1999 sind bis zum Jahr 2001 im Vergleich zum Basisjahr um 4% gestiegen. **1,5 Punkte**

c)

| Jahr | 1999 | 2000 | 2001 | 2002 |
|---|---|---|---|---|
| $P_L^{1999/Jahr}$ | 100 | 101,4 | 104 | 109,2 |
| $P_L^{2001/Jahr}$ | 96,15 | 97,5 | 100 | 105 |

**4 Punkte**

## Lösung Aufgabe 4: 20 Punkte

a) x kann nur die Werte 0, 1, 2, ..., 25 annehmen. Das sind 26 Werte. **1 Punkt**

b) x ist binomialverteilt mit den Parametern n=25 und p=0,16. **3 Punkte**

c) $E(x) = n \cdot p = 25 \cdot 0{,}16 = 4$

$\sigma_x^2 = n \cdot p \cdot q = 25 \cdot 0{,}16 \cdot 0{,}84 = 3{,}36$ **3 Punkte**

d) $p(x=3) = \binom{25}{3} \cdot 0{,}16^3 \cdot 0{,}84^{22} \approx 0{,}20334 \approx 0{,}2033$ **3 Punkte**

e) $p(x=5)=\binom{25}{5}\cdot 0{,}16^5\cdot 0{,}84^{20}\approx 0{,}17042\approx 0{,}1704$ **3 Punkte**

Es ist wahrscheinlicher, 3 verarbeitbare Perlen zu finden.

f) $p(x=0)=\binom{25}{0}\cdot 0{,}16^0\cdot 0{,}84^{25}\approx 0{,}01279\approx 0{,}0128$ **3 Punkte**

g) $F(1)=p(0)+p(1)\approx 0{,}01279+\binom{25}{1}\cdot 0{,}16^1\cdot 0{,}84^{24}\approx 0{,}01279+0{,}06092\approx 0{,}0737$ **4 Punkte**

## Lösung Aufgabe 5: 20 Punkte

a)

| $x_i$ | $y_i$ | $x_i-\bar{x}$ | $y_i-\bar{y}$ | $(x_i-\bar{x})^2$ | $(y_i-\bar{y})^2$ | $(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 27 | 9 | –11 | –6 | 121 | 36 | 66 |
| 32 | 12 | –6 | –3 | 36 | 9 | 18 |
| 36 | 15 | –2 | 0 | 4 | 0 | 0 |
| 40 | 16 | 2 | 1 | 4 | 1 | 2 |
| 45 | 18 | 7 | 3 | 49 | 9 | 21 |
| 48 | 20 | 10 | 5 | 100 | 25 | 50 |
| 228 | 90 | | | 314 | 80 | 157 |

**3 Punkte**

$\bar{x}=\frac{228}{6}=38$ ; $\bar{y}=\frac{90}{6}=15$ **2 Punkte**

$r=\frac{157}{\sqrt{314\cdot 80}}\approx 0{,}99$ **1,5 Punkte**

b) $r^2\approx 0{,}98$ **3 Punkte**

Da $r^2$ sehr nahe an Eins liegt, ist das lineare Modell relativ sehr gut geeignet.

c)

$b_{yx}=\frac{157}{314}=0{,}5$

$a_{yx}=15-0{,}5\cdot 38=-4$

Die Funktionsgleichung der Regressionsgeraden von y auf x lautet: **6 Punkte**

$\hat{y}=-4+0{,}5x$

d) Der Regressionskoeffizient ist $b_{yx}=0{,}5$. Mit der Zunahme des Jahresgewinns um eine Einheit (1 Mill. €) ist im Mittel eine Zunahme des jährlichen Materialaufwandes um 0,5 Einheiten (0,5 Mill. €) **3 Punkte** verbunden.

e) d) $\hat{y}(30) = -4 + 0{,}5 \cdot 30 = 11$ **1,5 Punkte**