



Studiengang	Betriebswirtschaft
Fach	Operations Research
Art der Leistung	Prüfungsleistung
Klausur-Knz.	BW-OPR-P11-030927
Datum	27.09.2003

Bezüglich der Anfertigung Ihrer Arbeit sind folgende Hinweise verbindlich:

- Verwenden Sie ausschließlich das vom Aufsichtsführenden **zur Verfügung gestellte Papier sowie die vorbereiteten Vorlagen** und geben Sie sämtliches Papier (Lösungen, Schmierzettel und nicht gebrauchte Blätter) zum Schluss der Klausur wieder bei Ihrem Aufsichtsführenden ab. Eine nicht vollständig abgegebene Klausur gilt als nicht bestanden.
- Beschriften Sie jeden Bogen mit Ihrem **Namen und Ihrer Immatrikulationsnummer**. Lassen Sie bitte auf jeder Seite 1/3 ihrer Breite als Rand für Korrekturen frei und nummerieren Sie die Seiten fortlaufend. Notieren Sie bei jeder Ihrer Antworten, auf welche Aufgabe bzw. Teilaufgabe sich diese bezieht.
- Die Lösungen und Lösungswege sind in einer für den Korrektor **zweifelsfrei lesbaren Schrift** abzufassen. Korrekturen und Streichungen sind eindeutig vorzunehmen. Unleserliches wird nicht bewertet.
- Bei numerisch zu lösenden Aufgaben ist außer der Lösung stets der **Lösungsweg anzugeben**, aus dem eindeutig hervorzugehen hat, wie die Lösung zustande gekommen ist.
- Zur Prüfung sind bis auf Schreib- und Zeichenutensilien ausschließlich die nachstehend genannten Hilfsmittel zugelassen. Werden **andere als die hier angegebenen Hilfsmittel verwendet oder Täuschungsversuche** festgestellt, gilt die Prüfung als nicht bestanden und wird mit der Note 5 bewertet.

Bearbeitungszeit:	90 Minuten
Aufgaben:	4 insgesamt, davon 3 zu lösen
Höchstpunktzahl:	-100-

Hilfsmittel:
Studienbriefe
HFH-Taschenrechner

Bewertungsschlüssel

Aufgabe	Pflichtaufgaben		Wahlaufgaben		Σ
	Beide Aufgaben sind zu lösen.		Eine Aufgabe ist zu lösen.		
	1	2	W3	W4	
max. erreichbare Punkte	33	34	33	33	100

Notenspiegel

Note	1,0	1,3	1,7	2,0	2,3	2,7	3,0	3,3	3,7	4,0	5,0
bei Punkten	100 - 95	94,5 - 90	89,5 - 85	84,5 - 80	79,5 - 75	74,5 - 70	69,5 - 65	64,5 - 60	59,5 - 55	54,5 - 50	49,5 - 0

Aufgabe 1**33 Punkte**

Eine Ausleihfirma von Mörtelmischmaschinen besitzt in einer Region die vier Lager L_1, \dots, L_4 . In diesen Lagern befinden sich an einem Tag in L_1 die Stückzahlen $l_1=14$ Mischer, in L_2 $l_2=11$, in L_3 $l_3=7$ und in L_4 $l_4=8$. Die Großbaustellen G_1, \dots, G_3 fordern von der Leihfirma an einem Tag $g_1=12$ Mischer in G_1 , $g_2=9$ in G_2 und $g_3=10$ in G_3 an. Die Kosten für den Transport eines Mixers vom Lager L_i zur Großbaustelle G_k ($i=1, \dots, 4$ und $k=1, \dots, 3$) seien durch die Bewertungszahlen c_{ik} in einer Geldeinheit gegeben.

$$(c_{ik}) = \begin{pmatrix} 7 & 8 & 7 \\ 8 & 11 & 9 \\ 8 & 8 & 9 \\ 7 & 9 & 9 \end{pmatrix}$$

Wie sind die Lieferungen durchzuführen, damit die Gesamttransportkosten minimal werden? Zum Gewinnen der 1. zulässigen Basislösung ist das modifizierte Matrixminimumverfahren anzuwenden. Nennen Sie Z_{\min} , und halten Sie Ihre Lösung übersichtlich in einem Diagramm fest.

Aufgabe 2	34 Punkte
------------------	------------------

Vom Lösungsweg der folgenden LO-Aufgabe

$$\text{I } Z = x_1 + x_2 + 2x_3 \rightarrow \max$$

$$\text{II } x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leq 24$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 16$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 10$$

$$\text{III } x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

sei Ihnen nur die der Optimallösung entsprechende letzte Simplextabelle gegeben.

x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	r.S.
-1	0	0	0	-1	-3	-14
-1	0	0	1	0	-2	4
0	1	0	0	-1	-1	6
1	0	1	0	1	2	4

a) Nennen Sie die Optimallösung und Z_{\max} der vorstehenden Aufgabe. (4 Punkte)

b) Nennen Sie die Schattenpreise. (2 Punkte)

c) Führen Sie die Sensibilitätsanalyse (Sensitivitätsanalyse) für den Fall durch, dass nur der Zielfunktionskoeffizient 1 von x_2 auf $1+t_2$ geändert wird. Nennen Sie das zugehörige Intervall für t_2 , die neue Optimallösung und $Z_{\max, \text{neu}}$. (Vergessen Sie bitte nicht den knappen erläuternden Text.) (9 Punkte)

d) Wie lauten mit Bezug auf Ihr Ergebnis zu c) die Optimallösung und Z_{\max} , wenn die Zielfunktion I $Z = x_1 - x_2 + 2x_3 \rightarrow \max$ lautet? (4 Punkte)

e) Führen Sie die Sensibilitätsanalyse (Sensitivitätsanalyse) für den Fall durch, dass nur die rechte Seite der 3. Restriktion in II von 10 in $10+c_3$ geändert wird. Nennen Sie das entsprechende Intervall für c_3 , die neue Optimallösung und $Z_{\max, \text{neu}}$. Interpretieren Sie den Schattenpreis π_3 . (12 Punkte)

f) Wie lauten mit Bezug auf Ihr Ergebnis zu e) die Optimallösung und $Z_{\max, \text{neu}}$, wenn die 3. Restriktion in II $x_1 + x_2 + x_3 \leq 11$ lautet, während alle anderen Bedingungen unverändert bleiben? (3 Punkte)

Wahlbereich: Es ist nur eine Aufgabe zu lösen.**Aufgabe W3****33 Punkte**

Auf einer Maschine sollen die Werkstücke 1, 2, 3 und 4 bearbeitet werden. Die benutzte Maschine muss dabei stets von einem Ausgangszustand nach der Bearbeitung obiger Werkstücke wieder in diesen Zustand (genannt Endzustand) gebracht werden. Zur Beschreibung dieses Sachverhaltes sei das fiktive Werkstück 0 zusätzlich eingeführt. Die Umrüstzeiten vom Ausgangszustand 0 zur Bearbeitung des Werkstückes k ($k=1,2,3,4$) sind in der 1. Zeile der nachstehenden Tabelle aufgeführt. Die Umrüstzeiten nach der Bearbeitung des echten Werkstückes i ($i=1,2,3,4$) zur Bearbeitung des Werkstückes k ($k=1,2,3,4$ mit $k \neq i$) sind den Zeilen 2 bis 5 und den Spalten 2 bis 5 zu entnehmen. Schließlich können Sie die Umrüstzeit nach der Bearbeitung des letzten echten Werkstückes i zum geforderten Endzustand 0 aus der ersten Spalte der folgenden Tabelle ablesen.

von \ nach	0	1	2	3	4
0	–	12	8	7	10
1	6	–	8	9	8
2	8	9	–	7	10
3	9	10	8	–	10
4	11	8	11	9	–

In welcher Reihenfolge (Hamiltonscher Zyklus) sollten die Werkstücke bearbeitet werden, um die gesamte Umrüstzeit zu minimieren? Lösen Sie die Aufgabe unter Verwendung der folgenden reduzierten Tabelle mit dem Verfahren der dynamischen Optimierung. (Hinweis: Nur das Verfahren der dynamischen Optimierung wird positiv gewertet.)

	0	1	2	3	4
0	∞	5	1	0	1
1	0	∞	2	3	0
2	1	2	∞	0	1
3	1	2	0	∞	0
4	3	0	3	1	∞

Reduktionskonstante
 $s(M)=\rho=36+2=38$

Aufgabe W4**33 Punkte**

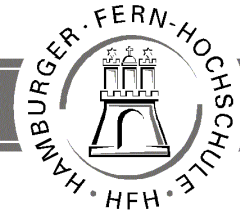
Gegeben sei die folgende Vorgangsliste eines kleinen Projektes, das nur Minimalforderungen (Minimalabstände) aufweist.

UV(Diff)	Typ	Vorgang	Dauer (Tage)
F(0)	EA	A	2
G(-1)	AA		
-		B	3
I(-1)	EA	C	3
A(0)	EA	D	2
H(3)	AA		
F(2)	EE	E	2
B(1)	EA	F	4
I(2)	EE	G	1
C(1)	EA	H	2
G(3)	AA		
-		I	5

Die nachstehende Tabelle nennt Ihnen das Ergebnis der Strukturanalyse.

Rang (Rg)	UV	Vorgang	UN
0	-	Anfang	B , I
3	F , G	A	D
1	Anfang	B	F
2	†	C	H
4	A , H	D	Ende
3	F	E	Ende
2	B	F	A , E
2	†	G	A , H
3	C , G	H	D
1	Anfang	I	C , G
5	D , E	Ende	-

- a) Nennen und interpretieren Sie den Rang A. (5 Punkte)
- b) Führen Sie mit Hilfe einer geeigneten Tabelle die Zeitanalyse durch, indem sie für den Vorgang die vier Vorgangszeitpunkte FAZ, SAZ, FEZ, SEZ und für alle echten Vorgänge die gesamte Pufferzeit berechnen. Benutzen Sie hierfür die Vorlage auf S. 6. (23 Punkte)
- c) Nennen Sie die Projektdauer und alle kritischen (echten) Vorgänge. (5 Punkte)



Studiengang	Betriebswirtschaft
Fach	Operations Research
Art der Leistung	Prüfungsleistung
Klausur-Knz.	BW-OPR-P11-030927
Datum	27.09.2003

Für die Bewertung und Abgabe der Prüfungsleistung sind folgende Hinweise verbindlich vorgeschrieben:

- Die Vergabe der Punkte nehmen Sie bitte so vor wie in der Korrekturrichtlinie ausgewiesen. Eine summarische Angabe von Punkten für Aufgaben, die in der Korrekturrichtlinie detailliert bewertet worden sind, ist nicht gestattet.
- Nur dann, wenn die Punkte für eine Aufgabe nicht differenziert vorgegeben sind, ist ihre Aufschlüsselung auf die einzelnen Lösungsschritte Ihnen überlassen.
- Stoßen Sie bei Ihrer Korrektur auf einen anderen richtigen Lösungsweg, dann nehmen Sie bitte die Verteilung der Punkte sinngemäß zur Korrekturrichtlinie vor.
- Rechenfehler sollten grundsätzlich nur zu Abwertung eines Teilschritts führen. Wurde mit einem falschen Zwischenergebnis richtig weiter gerechnet, so erteilen Sie die hierfür vorgesehenen Punkte ohne weiteren Abzug.
- Ihre Korrekturhinweise und Punktbewertung nehmen Sie bitte in einer zweifelsfrei lesbaren Schrift vor: Erstkorrektur in **rot**, evtl. Zweitkorrektur in **grün**.
- Die von Ihnen vergebenen Punkte und die daraus sich gemäß dem nachstehenden Notenschema ergebene Bewertung tragen Sie in den Klausur-Mantelbogen sowie in die Ergebnisliste ein.
- Gemäß der Diplomprüfungsordnung ist Ihrer Bewertung folgendes Notenschema zu Grunde zu legen:

Notenspiegel

Note	1,0	1,3	1,7	2,0	2,3	2,7	3,0	3,3	3,7	4,0	5,0
Punkte	100 - 95	94,5 - 90	89,5 - 85	84,5 - 80	79,5 - 75	74,5 - 70	69,5 - 65	64,5 - 60	59,5 - 55	54,5 - 50	49,5 - 0

- Die korrigierten Arbeiten reichen Sie bitte spätestens bis zum

15. Oktober 2003

in Ihr Studienzentrum ein. Dies muss persönlich oder per Einschreiben erfolgen. Der angegebene Termin ist unbedingt einzuhalten. Sollte sich aus vorher nicht absehbaren Gründen eine Terminüberschreitung abzeichnen, so bitten wir Sie, dies unverzüglich Ihrem Studienzentrumsleiter anzuzeigen.

BEWERTUNGSSCHLÜSSEL

Aufgabe	1	2	W3	W4	Σ
max. erreichbare Punkte	33	34	33	33	100

Lösung Aufgabe 1

33 Punkte

Angebot / Gesamtaufkommen = $14+11+7+8 = 40$

Nachfrage / Gesamtbedarf = $12+9+10 = 31$

1 P

→ fiktiver Bedarfsort S mit dem Bedarf $40-31 = 9$

	0	0	0	-9	
7	7 12- Δ	8 -	7 2+ Δ	0 -	14 <u>2</u>
9	8 1	11 -	9 8- Δ	0 3+ Δ	11 <u>6</u>
8	8 0	8 7	9 -	0 -	7 <u>3</u>
9	7 Δ	9 2	9 0	0 6- Δ	8 <u>7</u>
	12 1	9 5	10 4	9 7	8 P

$\Delta=6$

	0	2	0	-9	
7	7 6- Δ	8 Δ	7 8	0 -	
9	8 1	11 0	9 2	0 9	6 P
6	8 -	8 7	9 -	0 -	
7	7 6+ Δ	9 2- Δ	9 -	0 -	

$\Delta=2$

	0	1	0	-9	
7	7 4- Δ	8 2	7 8+ Δ	0 -	
9	8 Δ	11 -	9 2- Δ	0 9	6 P
7	8 -	8 7	9 -	0 -	
7	7 8	9 -	9 -	0 -	

$\Delta=2$

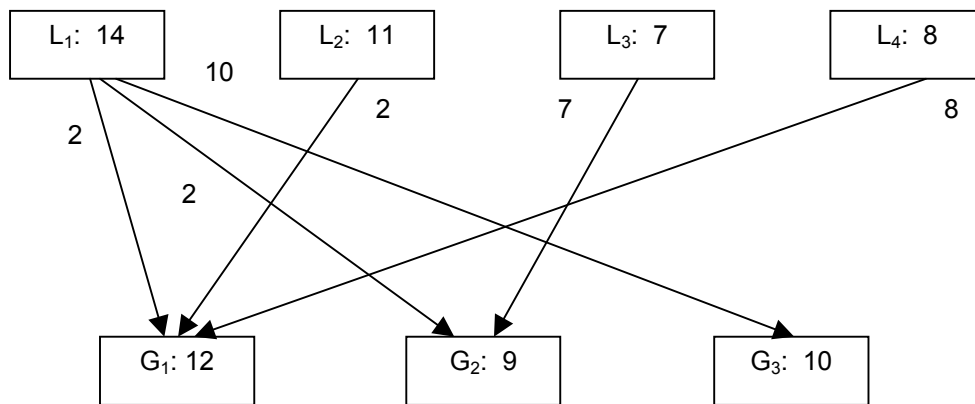
	0	1	0	-8	
7	7 2	8 2	7 10	0	-
8	8 2	11	9	0	9
7	8	8	9	0	-
7	7	9	9	0	-
7	8				

6P

optimale zulässige Basislösung

$$Z_{\min} = 7 \cdot 2 + 8 \cdot 2 + 7 \cdot 10 + 8 \cdot 2 + 8 \cdot 7 + 7 \cdot 8 = 14 + 16 + 70 + 16 + 56 + 56 = 228$$

2 P



4 P

Lösung Aufgabe 2

34 Punkte

a) Die Optimallösung lautet: $x_1=0$, $x_2=6$, $x_3=4$, $s_1=4$, $s_2=0$, $s_3=0$ mit $Z_{\max}=14$.

4 P

b) $\pi_1 = 0$, $\pi_2 = 1$, $\pi_3 = 3$

2 P

c) Es werde nur der Zielfunktionskoeffizient 1 von x_2 auf $1+t_2$ geändert. Führt man dieselben Umformungen wie in der ursprünglichen Rechnung durch, lauten die relevanten Zeilen der letzten Simplextabelle:

1 P

x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	r.S.
-1	t_2	0	0	-1	-3	-14
0	1	0	0	-1	-1	6
-1	0	0	0	$-1+t_2 \leq 0$	$-3+t_2 \leq 0$	$-14-6t_2$
				$t_2 \leq 1$	$t_2 \leq 3$	
				$\underbrace{\hspace{10em}}$ $t_2 \leq 1$		

4 P

Ändert man nur den Zielfunktionskoeffizienten 1 von x_2 in $1+t_2$ mit $t_2 \leq 1$ ab, bleibt die alte Optimallösung $(0, 6, 4, 4, 0, 0)$ auch neue Optimallösung mit $Z_{\max, \text{neu}} = 14 + 6t_2$.

4 P

d) $-1 = 1+t_2$ ergibt $t_2 = -2$. Es gilt $-2 \leq 1$. Damit lautet die Optimallösung weiter $(0, 6, 4, 4, 0, 0)$ mit $Z_{\max, \text{neu}} = 14 + 6 \cdot (-2) = 2$.

4 P

e) Es werde nur die rechte Seite der 3. Restriktion in II von 10 auf $10+c_3$ geändert. Damit sich die Optimallösung qualitativ nicht ändert, muss bei vorliegender \leq -Bedingung gelten:

1 P

$$\left. \begin{array}{l} \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix} + c_3 \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \geq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{array}{l} 4 - 2c_3 \geq 0 \rightarrow c_3 \leq 2 \\ 6 - c_3 \geq 0 \rightarrow c_3 \leq 6 \\ 4 + 2c_3 \geq 0 \rightarrow c_3 \geq -2 \end{array} \end{array} \right\} -2 \leq c_3 \leq 2$$

4 P

Ändert man nur die rechte Seite der 3. Restriktion von 10 auf $10+c_3$ mit $-2 \leq c_3 \leq 2$ ab, heißt die Optimallösung $(0, 6-c_3, 4+2c_3, 4-2c_3, 0, 0)$ mit $Z_{\max, \text{neu}} = 14 + 3c_3$.

4 P

Interpretation von $\pi_3 = 3$: Das Unternehmen stimmt der Vergrößerung der rechten Seite der 3. Restriktion von II im Rahmen $-2 \leq c_3 \leq 2$ zu, wenn die Kosten je Einheit der Vergrößerung höchstens $\pi_3 = 3$ Geldeinheiten betragen.

3 P

f) $11 = 10 + c_3$ ergibt $c_3 = 1$. Es gilt $-2 \leq 1 \leq 2$. Damit ist die neue Optimallösung $(0, 5, 6, 2, 0, 0)$ mit $Z_{\max, \text{neu}} = 14 + 3 \cdot 1 = 17$.

3 P

Lösung Aufgabe W3 **33 Punkte**

Teilfolge	red. Länge
0-1	5
0-2	1
0-3	0
0-4	1
<hr/>	
0-1-2	7
0-1-3	8
0-1-4	5
0-2-1	3
0-2-3	1
0-2-4	2
0-3-1	2
0-3-2	0
0-3-4	0
0-4-1	1
0-4-2	4
0-4-3	2

Teilfolge	red. Länge
0-1-2-3	7 -
0-1-2-4	8 -
0-1-3-2	8 -
0-1-3-4	8 -
0-1-4-2	8 -
0-1-4-3	6 -
0-2-1-3	6 +
0-2-1-4	3 +
0-2-3-1	3 -
0-2-3-4	1 +
0-2-4-1	2 +
0-2-4-3	3 +
0-3-1-2	4 +
0-3-1-4	2 +
0-3-2-1	2 +
0-3-2-4	1 +

Teilfolge	red. Länge
0-3-4-1	0 +
0-3-4-2	3 -
0-4-1-2	3 +
0-4-1-3	4 +
0-4-2-1	6 -
0-4-2-3	4 -
0-4-3-1	4 -
0-4-3-2	2 +
<hr/>	
0-2-1-3-4	6 -
0-2-1-4-3	4 -
0-2-3-4-1	1 +
0-2-4-1-3	5 -
0-2-4-3-1	5 -
0-3-1-2-4	5 -
0-3-1-4-2	5 -
0-3-2-1-4	2 +

Fortsetzung von oben rechts

0-3-2-4-1	1 +
0-3-4-1-2	2 +
0-4-1-2-3	3 +
0-4-1-3-2	4 -

0-4-3-2-1	4 -
<hr/>	
0-2-3-4-1-0	1 +
0-3-2-1-4-0	5 -
0-3-2-4-1-0	1 +

0-3-4-1-2-0	3 -
0-4-1-2-3-0	4 -

Für 58 Folgen gibt es insgesamt **29 Punkte**.

Für jeden Fehler gibt es 0,5 P Abzug.

Die nachstehenden Reihenfolgen besitzen die kürzeste Gesamtumrüstzeit $1+p = 39$.

0-2-3-4-1-0
0-3-2-1-4-0

4 P

Lösung Aufgabe W4**33 Punkte**

- a) Es gilt $Rg(A)=3$. Es existiert eine im Anfangsknoten beginnende und in den Knoten A einmündende Pfeilfolge, die vor A 3 Vorgänger aufweist. Keine derartige Pfeilfolge besitzt mehr als 3 Vorgänger vor A. **5 P**

b)

UV (Diff)	Typ	Vorgang	Dauer	FAZ	SAZ	FEZ	SEZ	GP
–		Anfang	0	0	0	0	0, 2	–
Anfang(0)	EA	B	3	0	2	3	5	2
Anfang(0)	EA	I	5	0	0	5	5, 6	0
I(-1)	EA	C	3	4	5	7	8	1
B(1)	EA	F	4	4	6	8	12, 10	2
I(2)	EE	G	1	6	6, 11	7	7	0
F(0)	EA	A	2	8		10		2
G(-1)	AA			5	10		12	
F(2)	EE	E	2	8	12	10	14	4
C(1)	EA	H	2	8				
G(3)	AA			9	9	11	11	0
A(0)	EA	D	2	10				
H(3)	AA			12	12	14	14	0
D(0), E(0)	EA	Ende	0	14, 10	14	14	14	–
		1 P		5 P	5 P	5 P	5 P	2 P

- c) Die Projektdauer beträgt 14 Tage. Kritische Vorgänge sind: I, G, H, D. **5 P**