

Studiengang	<b>Betriebswirtschaft</b>
Fach	<b>Wirtschaftsmathematik</b>
Art der Leistung	<b>Studienleistung</b>
Klausur-Knz.	<b>BW-WMT-S12-041030</b>
Datum	<b>30.10.2004</b>

**Bezüglich der Anfertigung Ihrer Arbeit sind folgende Hinweise verbindlich:**

- Verwenden Sie ausschließlich das vom Aufsichtführenden **zur Verfügung gestellte Papier** und geben Sie sämtliches Papier (Lösungen, Schmierzettel und nicht gebrauchte Bögen) zum Schluss der Klausur wieder bei Ihrem Aufsichtführenden ab. Eine nicht vollständig abgegebene Klausur gilt als nicht bestanden.
- Beschriften Sie jeden Bogen mit Ihrem **Namen und Ihrer Immatrikulationsnummer**. Lassen Sie bitte auf jeder Seite 1/3 ihrer Breite als Rand für Korrekturen frei und nummerieren Sie die Seiten fortlaufend. Notieren Sie bei jeder Ihrer Antworten, auf welche Aufgabe bzw. Teilaufgabe sich diese bezieht.
- Die Lösungen und Lösungswege sind in einer für den Korrektanten **zweifelsfrei lesbaren Schrift** abzufassen. Korrekturen und Streichungen sind eindeutig vorzunehmen. Unleserliches wird nicht bewertet.
- Bei numerisch zu lösenden Aufgaben ist außer der Lösung stets der **Lösungsweg anzugeben**, aus dem eindeutig hervorgeht, wie die Lösung zustande gekommen ist.
- Zur Prüfung sind bis auf Schreib- und Zeichenutensilien ausschließlich die nachstehend genannten Hilfsmittel zugelassen. Werden **andere als die hier angegebenen Hilfsmittel verwendet oder Täuschungsversuche** festgestellt, gilt die Prüfung als nicht bestanden und wird mit der Note 5 bewertet.

Bearbeitungszeit:	90 Minuten
Anzahl Aufgaben:	- 6 -
Höchstpunktzahl:	- 100 -

Hilfsmittel :
HFH-Taschenrechner Formelsammlung Wirtschaftsmathematik

**Vorläufiges Bewertungsschema:**

Punktzahl		Ergebnis
von	bis einschl.	
50	100	<b>bestanden</b>
0	49,5	<b>nicht bestanden</b>

Viel Erfolg!

**Aufgabe 1****14 Punkte**

Eine Volkssportgruppe Laufen will Ausdauer trainieren, um letztendlich an einem Marathon teilzunehmen. Sie verständigen sich auf folgendes Trainingskonzept:

- einmaliges wöchentliches Training
- Beginn in der ersten Novemberwoche mit 15 km
- jede Woche wird die Strecke um 1 km verlängert.

- 1.1 Nach wie viel Wochen hat die Laufgruppe beim Training 5,5 Pkte  
 (a) 21 km (Halbmarathon)  
 (b) 30 km (Zwischenstand)  
 (c) 42 km (Marathon)  
 erreicht ?
- 1.2 Wie viel Trainings-km wurden bis zu den Marken aus Teilaufgabe 1.1 absolviert? 2,5 Pkte
- 1.3 Wie sind die Verhältnisse aus den Teilaufgaben 1.1 und 1.2 wenn die Strecke jede Woche um 2 km verlängert wird? 4 Pkte
- 1.4 Schätzen Sie beide Trainingsvarianten ein (verbale Beurteilung bzgl. Trainingsquantum und -intensität). 2 Pkte

**Aufgabe 2****10 Punkte**

Ihnen ist bekannt, dass ein Intervall in der Form

$$|x - x_0| \leq \varepsilon$$

dargestellt werden kann.

Ermitteln Sie für den in unten stehender Tabelle dargestellten Dollarkurs (1 € = x \$) der Jahre 1999 – 2004 die Parameter  $x_0$  und  $\varepsilon$  und veranschaulichen Sie das sich ergebende Intervall auf dem Zahlenstrahl.

Dollarkurs 1 € =

Datum	x \$	Datum	x \$
04.01.1999	1,18	04.10.2001	0,92
04.04.1999	1,05	10.01.2002	0,85
01.06.1999	1,01	30.06.2002	1,02
01.10.1999	1,06	05.10.2002	1,00
01.01.2000	0,98	01.03.2003	1,10
01.05.2000	0,90	20.05.2003	1,18
05.10.2000	0,85	01.09.2003	1,08
01.12.2000	0,85	01.10.2003	1,16
20.01.2001	0,90	09.01.2004	1,29
01.06.2001	0,85		

**Aufgabe 3****24 Punkte**

Herr K. erhält das Angebot, seine bisherige Mietwohnung zu einem Preis von 68.587,20 € zu kaufen.

Nach einigen Recherchen entscheidet es sich für folgende Finanzierungsvariante:

1. Bankkredit über 55.000,- €, Zinssatz 5,5 % p.a., monatliche Annuität 440,59 € (anstelle der bisherigen Kaltmiete von 490,- €)
2. Eigenheimzulage über 8 Jahre je 1.278,23 €, Auszahlung zu Beginn eines jeden Jahres, Vorfinanzierung durch ein Bankdarlehen mit 8 % Zinsen p.a.
3. Eigenmittel, max. 7.000,- €.

- |   |                |
|---|----------------|
| 3.1 Wann ist der Bankkredit abgezahlt?                                  | <b>12 Pkte</b> |
| 3.2 Welcher Betrag kann durch die Eigenheimzulage vorfinanziert werden? | <b>7 Pkte</b>  |
| 3.3 Reichen die Eigenmittel von Herrn K.?                               | <b>5 Pkte</b>  |

**Aufgabe 4****6 Punkte**

Drücken Sie den folgenden Ausdruck durch einen einzigen Logarithmus aus:

$$4 \cdot \log x - \log \frac{x}{x^2 + 1} - \log x^3.$$

**Aufgabe 5****24 Punkte**

Frau S. schließt am 01.05.2003 einen Bausparvertrag mit einer Bausparsumme von 55.000,- € ab. Danach zahlt sich monatlich 300,- € ein. Die Zuteilung, d.h. die Auszahlung des Kredites – des sog. Bauspardarlehens, erfolgt, wenn 40 % der Bausparsumme angespart sind. Die Verzinsung der Monatsbeiträge erfolgt mit 2,25 % p.a.

- |   |                |
|---|----------------|
| 5.1 Wann erhält Frau S. die Zuteilung?  | <b>15 Pkte</b> |
| 5.2 Wie viel müsste Frau S. zusätzlich einzahlen, wenn Sie die Zuteilung nach einer vollen Anzahl Jahren erhalten möchte? | <b>9 Pkte</b>  |

**Hinweis:**

Bitte auf das volle Jahr beziehen, welches weniger als 12 Monate vor dem Zuteilungstermin aus Teilaufgabe 5.1 endet.

**Aufgabe 6****22 Punkte**

Ein Händler verkauft sein Produkt ZZ8 mit Rabatt. Die Absatzmenge  $x$  des Produktes wird in kg gemessen.

Dabei gilt:

- Grundpreis  $p = 9,00$  €
- ab 100 kg 5 % Rabatt auf den Grundpreis
- ab 250 kg 7 % Rabatt auf den Grundpreis.

- 6.1** Stellen Sie die Preis-Absatz-Funktion  $p = p(x)$  für das Produkt mathematisch (formelmäßig) dar und skizzieren Sie den Graph der Funktion. **10 Pkte**
- 6.2** Diskutieren Sie die Eigenschaften Monotonie und Stetigkeit dieser Funktion. **10 Pkte**
- 6.3** Wie würden Sie den Funktionstyp benennen, wenn Sie einen anschaulichen Namen finden müssten? **2 Pkte**

**Korrekturrichtlinie zur Studienleistung  
Wirtschaftsmathematik am 30.10.2004  
Betriebswirtschaft  
BW-WMT-S12 – 041030**

**Für die Bewertung und Abgabe der Studienleistung sind folgende Hinweise verbindlich:**

- Die Vergabe der Punkte nehmen Sie bitte so vor, wie in der Korrekturrichtlinie ausgewiesen. Eine summarische Angabe von Punkten für Aufgaben, die in der Korrekturrichtlinie detailliert bewertet worden sind, ist nicht gestattet.
- Nur dann, wenn die Punkte für eine Aufgabe nicht differenziert vorgegeben sind, ist ihre Aufschlüsselung auf die einzelnen Lösungsschritte Ihnen überlassen.
- Stoßen Sie bei Ihrer Korrektur auf einen anderen richtigen als den in der Korrekturrichtlinie angegebenen Lösungsweg, dann nehmen Sie bitte die Verteilung der Punkte sinngemäß zur Korrekturrichtlinie vor.
- Rechenfehler sollten grundsätzlich nur zur Abwertung des betreffenden Teilschrittes führen. Wurde mit einem falschen Zwischenergebnis richtig weitergerechnet, so erteilen Sie die hierfür vorgesehenen Punkte ohne weiteren Abzug.
- Ihre Korrekturhinweise und Punktbewertung nehmen Sie bitte in einer zweifelsfrei lesbaren Schrift vor.
- Die von Ihnen vergebenen Punkte und die daraus sich gemäß dem nachstehenden Notenschema ergebende Bewertung tragen Sie in den Klausur-Mantelbogen sowie in das Formular „Klausurergebnis“ (Ergebnisliste) ein.
- Gemäß der Diplomprüfungsordnung ist Ihrer Bewertung folgendes Bewertungsschema zugrunde zu legen:

Punktzahl		Ergebnis
von	bis einschl.	
50	100	<b>bestanden</b>
0	49,5	<b>nicht bestanden</b>

- Die korrigierten Arbeiten reichen Sie bitte spätestens bis zum

**17. November 2004**

in Ihrem Studienzentrum ein. Dies muss persönlich oder per Einschreiben erfolgen. Der angegebene Termin ist **unbedingt** einzuhalten. Sollte sich aus vorher nicht absehbaren Gründen ein Terminüberschreitung abzeichnen, so bitten wir Sie, dies **unverzüglich** dem Prüfungsamt der Hochschule anzuzeigen (Tel. 040 / 35094311 bzw. [birgit.hupe@hamburger-fh.de](mailto:birgit.hupe@hamburger-fh.de)).

**Lösung 1**

vgl. SB 1; Kap. 2.2

**14 Punkte**

1.1/ Es handelt sich um eine arithmetische Folge  $a_n = a_1 + (n-1)d$  mit (1 Pkt)

1.2  $a_1 = 15$  und (1 Pkt)

$d = 1$ . (1 Pkt)

Für die Anzahl der Wochen folgt aus der allgemeinen Formel:

$$n = (a_n - a_1 + d) / d . \quad (1 \text{ Pkt})$$

Die Trainingskilometer ermitteln sich aus (Formelsammlung, 6.2):

$$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n). \quad (1 \text{ Pkt})$$

Ermittlung der Wochen und der Trainingskilometer:

$a_n$ in km	$n$ in Wochen	$s_n$ in km
15	1	15
21	7	126
30	16	360
42	28	798

(3 Pkte)

1.3 Die einzige Änderung ist der Wert von  $d$ :  $d = 2$  (1 Pkt)

$a_n$ in km	$n$ in Wochen	$s_n$ in km
15	1	15
21	4	72
30	8,5	191,25
42	14,5	413,25

(3 Pkte)

1.4 Beim 2. Trainingsplan (Steigerung pro Woche um 2 km) werden die geplanten Marken (21, 30, 42) wesentlich schneller erreicht. Die gelaufenen Trainings-km sind niedriger, das Training ist weniger intensiver. Der 1. Trainingsplan (Steigerung um 1 km pro Woche) ist besser. (2 Pkte)

Jede sinnvolle (verbale) Antwort ist als richtig mit insgesamt 2 Punkte zu bewerten.

**Lösung 2**

vgl. SB 1; Kap. 1.2.6 / 1.5.2

**10 Punkte**Im Zeitraum 1999 – 2004 gilt für den Dollarwert  $x$ :

$$x_{\min} = 0,85 \quad (1 \text{ Pkt})$$

$$x_{\max} = 1,29 \quad (1 \text{ Pkt})$$

Damit folgt:

$$x_0 = (0,85 + 1,29) / 2 = 1,07 \quad (2 \text{ Pkte})$$

$$\varepsilon = (1,29 - 0,85) / 2 = 0,22 \quad (2 \text{ Pkte})$$

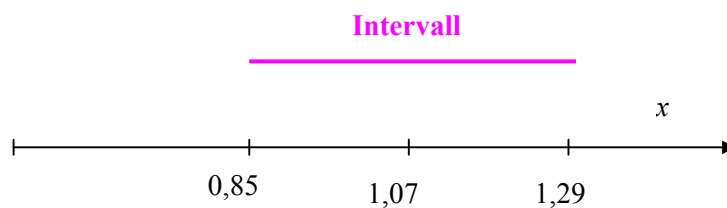
Also ist das Intervall

$$|x - 1,07| \leq 0,22 \quad (2 \text{ Pkte})$$

Andere gleichberechtigte Darstellungsformen sind:

$$0,85 \leq x \leq 1,29 \quad \text{oder} \quad [0,85; 1,29]$$

Der Dollarkurs schwankt in den Jahren 1999 – 2004 zwischen 0,85 und 1,29.

Zahlenstrahl: (2 Pkte)**Lösung 3**

vgl. SB 2; Kap. 2.3 und SB 3; Kap. 2.3

**24 Punkte**

3.1 Es handelt sich um eine Annuitätentilgung mit monatlicher Zahlweise. (1 Pkt)

$$\text{Schuldsumme} \quad S = 55.000,00 \text{ €} \quad (1 \text{ Pkt})$$

$$\text{Annuität/Monat} \quad A = 440,59 \text{ €} \quad (1 \text{ Pkt})$$

$$\text{Zinssatz/Monat} \quad p = 5,5 / 12 = 0,4583 \% \quad (1 \text{ Pkt})$$

$$q = 1 + (p / 100) = 1,004583 \quad (1 \text{ Pkt})$$

$$1. \text{ Tilgung} \quad T_1 = A - Z_1 \text{ mit} \quad (1 \text{ Pkt})$$

$$Z_1 = S \cdot p / 100 = 252,07 \text{ €} \quad (1 \text{ Pkt})$$

$$T_1 = 440,59 - 252,07 = 188,52 \text{ €} \quad (1 \text{ Pkt})$$

Tilgungsdauer (vgl. Formelsammlung, 10,2):

$$n = \frac{\log A - \log T_1}{\log q} = \frac{\log 440,59 - \log 188,52}{\log 1,004583} = 185,7 \text{ Monate bzw. } 15,5 \text{ Jahre} \quad (4 \text{ Pkte})$$

Für die Aufgabe 3.1 werden auch folgende **alternative** Lösungsmöglichkeiten anerkannt:

**Alternative 1:**

Annuitätentilgung mit jährlicher Zahlweise (2 Pkte)

Schuldsumme  $S = 55.000,00 \text{ €}$  (1 Pkt)

Annuität/Jahr  $A = 12 \cdot 440,59 = 5.287,08 \text{ €}$  (1 Pkt)

Zinssatz  $p = 5,5 \%$   
 $q = 1 + (p/100) = 1,055$  (1 Pkt)

1. Tilgung  $T_1 = A - Z_1$  mit (1 Pkt)

$Z_1 = S \cdot p/100 = 3.025,00 \text{ €}$  (1 Pkt)

$T_1 = 5.287,08 - 3.025,00 = 2.262,08 \text{ €}$  (1 Pkt)

Tilgungsdauer (vgl. Formelsammlung, 10,2):

$$n = \frac{\log A - \log T_1}{\log q} = \frac{\log 5.287,08 - \log 2.262,08}{\log 1,055} = 15,9 \text{ Jahre} \quad (4 \text{ Pkte})$$

**Alternative 2:**

Jahresannuität wird als nachschüssige Jahresersatzrate  $r_E$  interpretiert:

$$r_E = r \left[ m + \frac{i}{2}(m-1) \right] \quad (\text{Formelsammlung, 9.4}). \quad (1 \text{ Pkt})$$

Mit  $r = 440,59 \text{ €}$ ,  $i = 5,5/100 = 0,055$  und  $m = 12$  ergibt sich  $r_E = 5.420,36 \text{ €}$ . (1 Pkt)

Schuldsumme  $S = 55.000,00 \text{ €}$  (1 Pkt)

Annuität/Jahr  $A = r_E = 5.420,36 \text{ €}$  (1 Pkt)

Zinssatz  $p = 5,5 \%$   
 $q = 1 + (p/100) = 1,055$  (1 Pkt)

1. Tilgung  $T_1 = A - Z_1$  mit (1 Pkt)

$Z_1 = S \cdot p/100 = 3.025,00 \text{ €}$  (1 Pkt)

$T_1 = 5.420,36 - 3.025,00 = 2.395,36 \text{ €}$  (1 Pkt)

Tilgungsdauer (vgl. Formelsammlung, 10,2):

$$n = \frac{\log A - \log T_1}{\log q} = \frac{\log 5.420,36 - \log 2.395,36}{\log 1,055} = 15,3 \text{ Jahre} \quad (4 \text{ Pkte})$$

**3.2** Gesucht ist der Rentenbarwert  $\bar{R}_0$  der 8jährigen Eigenheimzulage (vorschüssige Rente). (1 Pkt)

Nach Formelsammlung, 9.2 gilt:  $\bar{R}_0 = \frac{r}{q^{n-1}} \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$  (1 Pkt)

Mit  $r = E = 1.278,23 \text{ €}$ ,  $n = 8$  und  $q = 1,08$  ergibt sich: (3 Pkte)

$$\bar{R}_0 = \frac{r}{q^{n-1}} \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} = \frac{1.278,23}{1,08^7} \cdot \frac{1,08^8 - 1}{0,08} = 7.933,17 \text{ €} \quad (2 \text{ Pkte})$$

3.3 Durch Überlegung ergibt sich:

Kaufpreis	68.587,20 €	
– Bankkredit	– 55.000,00 €	
– Eigenheimzulage-Vorfinanzierung	– 7.933,17 €	
<b>erforderliche Eigenmittel</b>	<b>5.6564,03 €</b>	(4 Pkte)

Die Eigenmittel (7.000,- €) des Herrn K. sind ausreichend. (1 Pkt)

## Lösung 4

vgl. SB 1; Kap. 1.3.8

6 Punkte

$$4 \cdot \log x - \log \frac{x}{x^2 + 1} - \log x^3$$

$$\Leftrightarrow 4 \cdot \log x - \left[ \log x - \log(x^2 + 1) \right] - 3 \cdot \log x \quad (3 \text{ Pkte})$$

$$\Leftrightarrow 4 \cdot \log x - \log x + \log(x^2 + 1) - 3 \cdot \log x \quad (1 \text{ Pkt})$$

$$\Leftrightarrow 3 \cdot \log x + \log(x^2 + 1) - 3 \cdot \log x \quad (1 \text{ Pkt})$$

$$\Leftrightarrow \log(x^2 + 1) \quad (1 \text{ Pkt})$$

## Lösung 5

vgl. SB 2; Kap. 2.3

24 Punkte

5.1 Bei der Ansparung handelt es sich um eine vorschüssige Rente mit den Kenngrößen: (2 Pkte)

Rate	$r = 300 \text{ €}$	
Zeitperiode:	Monat	(1 Pkt)
Zinssatz/Jahr	$p = 2,25 \%$	
Zinssatz/Monat	$p = 2,25 / 12 = 0,1875 \%$	(1 Pkt)
	$q = 1 + (p/100) = 1,001875$	(1 Pkt)

Die angesparte Summe im Monat  $n$  ist der (vorschüssige) Rentenendwert  $\bar{R}_n$ . (2 Pkte)

Geforderte Ansparsumme ist  $\bar{R}_n = 22.000 \text{ €}$  (40 % von 55.000 €). (2 Pkte)

Bei bekanntem Rentenendwert  $\bar{R}_n$  ergibt sich die Anspardauer (Anzahl der Rentenperioden) zu

$$n = \frac{\log \left( \frac{\bar{R}_n}{r \cdot q} (q - 1) + 1 \right)}{\log q} \quad (\text{Formelsammlung, 9.2}). \quad (2 \text{ Pkte})$$

Einsetzen der Werte liefert:

$$n = \frac{\log\left(\frac{22.000}{300 \cdot 1,001875} (1,001875 - 1) + 1\right)}{\log 1,001875} = 68,7 \text{ Monate} = 5,7 \text{ Jahre} \quad (4 \text{ Pkte})$$

Die Zuteilung des Bauspardarlehens erfolgt nach 5,7 Jahren.

- 5.2 Wenn die Zuteilung nach genau 5 Jahren ( $n = 5 \cdot 12 = 60$  Monate) erfolgen soll, dann ist  $\bar{R}_n$  für diesen Zeitraum zu bestimmen. (2 Pkte)  
 Nach Formelsammlung, 9.2 gilt:

$$\bar{R}_n = r \cdot q \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}. \quad (2 \text{ Pkte})$$

Einsetzen der Werte liefert:

$$\bar{R}_n = 300 \cdot 1,001875 \cdot \frac{1,001875^{60} - 1}{0,001875} = 19.068,39 \text{ €}. \quad (3 \text{ Pkte})$$

Da die Ansparsumme 22.000 € beträgt, ist nach genau 5 Jahren eine Zuzahlung von 2.931,61 € ( $22.000 - 19.068,39$ ) erforderlich. (2 Pkte)

**Lösung 6** **vgl. SB 4; Kap. 1 und 2** **22 Punkte**

- 6.1 Bestimmung der Preise bei Rabatt:

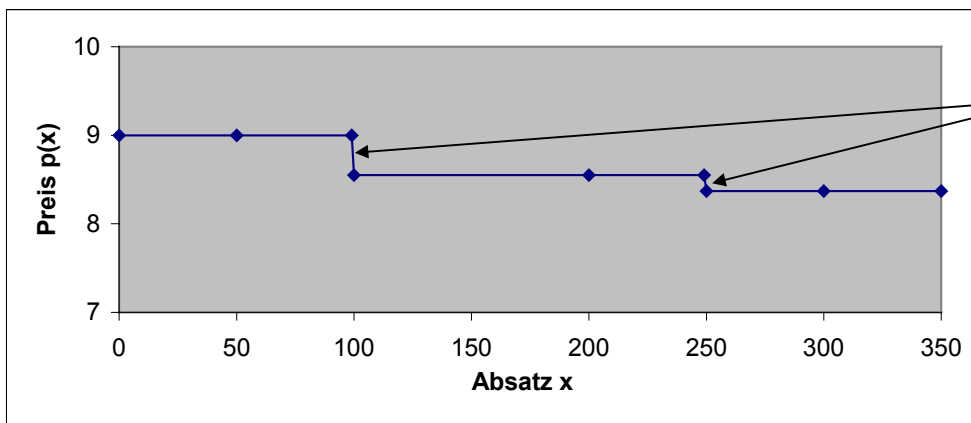
5 % Rabatt vom Grundpreis (9 €) sind 0,45 €, damit Preis 8,55 € ( $9,00 - 0,45$ ). (1 Pkt)

7 % Rabatt vom Grundpreis (9 €) sind 0,63 €, damit Preis 8,37 € ( $9,00 - 0,63$ ). (1 Pkt)

Mathematische (formelmäßige) Darstellung der Preis-Absatz-Funktion:

$$p = p(x) = \begin{cases} 9,00 & \text{für } 0 \leq x < 100 \\ 8,55 & \text{für } 100 \leq x < 250 \\ 8,37 & \text{für } 250 \leq x \end{cases} \quad (4 \text{ Pkte})$$

Graph der Funktion: (4 Pkte)



Die Senkrechten dürfen **nicht** dargestellt sein.

**6.2** Monotonie:

Funktion ist monoton fallend, da  $p(x_1) \geq p(x_2)$  für  $x_1 < x_2$ . (2 Pkte)

Funktion ist nicht streng monoton fallend, weil konstante Abschnitte vorkommen in denen  $p(x_1) = p(x_2)$  für  $x_1 < x_2$ . (2 Pkte)

Stetigkeit:

Funktion ist unstetig, da es „Sprungstellen“ ( $x_{S1} = 100$  und  $x_{S2} = 250$ ) gibt. (2 Pkte)

An diesen Stellen stimmen die linksseitigen Grenzwerte nicht mit den rechtsseitigen Grenzwerten überein:

linksseitig:

$$\lim_{x \rightarrow 100^-} p(x) = 9,00$$

$$\lim_{x \rightarrow 250^-} p(x) = 8,55$$

rechtsseitig:

$$\lim_{x \rightarrow 100^+} p(x) = p(x_{S1}) = 8,55 \quad (2 \text{ Pkte})$$

$$\lim_{x \rightarrow 250^+} p(x) = p(x_{S2}) = 8,37 \quad (2 \text{ Pkte})$$

**6.3** Diesen Funktionstyp könnte man „Treppenfunktion“ nennen. (2 Pkte)  
(Jeder andere sinnvolle Name ist gleichfalls richtig, da nicht im SB 4 behandelt.)