Klausur - Mantelbogen

FFH · FERN-FACHHOCHSCHULE HAMBURG
STAATLICH ANERKANNTE FACHHOCHSCHULE

Name, Vorname	
Matrikel-Nr.	
Studienzentrum	
Studiengang	**Betriebswirtschaft**
Fach	**Wirtschaftsmathematik**
Art der Leistung	**Studienleistung**
Klausur-Knz.	**BW-WMT-S12–011110**
Datum	**10.11.2001**

Verwenden Sie ausschließlich das vom Aufsichtsführenden zur Verfügung gestellte Papier, und geben Sie sämtliches Papier (Lösungen, Schmierzettel und nicht gebrauchte Blätter) zum Schluss der Klausur wieder bei Ihrem Aufsichtsführenden ab. Eine nicht vollständig abgegebene Klausur gilt als nicht bestanden.

Beschriften Sie jeden Bogen mit Ihrem Namen und Ihrer Immatrikulationsnummer. Lassen Sie bitte auf jeder Seite 1/3 ihrer Breite als Rand für Korrekturen frei, und nummerieren Sie die Seiten fortlaufend. Notieren Sie bei jeder Ihrer Antworten, auf welche Aufgabe bzw. Teilaufgabe sich diese bezieht.

Viel Erfolg!

Ausgegebene Arbeitsblätter ______ **Abgegebene Arbeitsblätter** ______

Ort, Datum — Ort, Datum

Aufsichtsführende(r) — Prüfungskandidat(in)

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	Summe
max. Punktezahl	10	14	10	13	12	8	14	19	100
erreichte Punktezahl									
2. Prüfer									

Gesamtpunktzahl	
bestanden / nicht bestanden	

Datum, 1. Prüfer — Datum, 2. Prüfer

Anmerkungen des Erstprüfers:

Datum, 1. Prüfer

Anmerkungen des Zweitprüfers:

Datum, 2. Prüfer

Klausur - Aufgaben

FFH · FERN-FACHHOCHSCHULE · HAMBURG
STAATLICH ANERKANNTE FACHHOCHSCHULE

Studiengang	**Betriebswirtschaft**
Fach	**Wirtschaftsmathematik**
Art der Leistung	**Studienleistung**
Klausur-Knz.	**BW-WMT-S12–011110**
Datum	**10.11.2001**

Bei jeder Aufgaben ist neben der Lösung auch der Lösungsweg anzugeben. Aus der Dokumentation des Lösungsweges sollte eindeutig zu erkennen sein, wie Ihre Lösung zustande gekommen ist.

Hilfsmittel :
Taschenrechner Formelsammlung WMT (SB 11)

Bearbeitungszeit: 90 Minuten
Anzahl Aufgaben: - 8 -
Höchstpunktzahl: - 100 -

Vorläufiges Bewertungsschema:

Punktzahl		Ergebnis
von	bis einschl.	
50	100	**bestanden**
0	49,5	**nicht** bestanden

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 10 Punkte

Vereinfachen Sie den Ausdruck

$$\frac{x^{n-2} \cdot x^{4n} \cdot x^{2n-4}}{x^{-2n} \cdot x^{2n-2} \cdot x^{3n-1}} : \frac{x^{-4}}{x^{0}} \qquad (x \neq 0).$$

Aufgabe 2 14 Punkte

In einem Strömungskanal wurde der Gesamtwiderstand *F* eines umströmten Körpers bei verschiedenen Strömungsgeschwindigkeiten *w* gemessen. Folgende Wertetabelle liegt vor:

F (in Newton)	15	38,4	86,4	194,4
w (in $\frac{m}{s}$)	5	8	12	18

Prüfen Sie, ob es eine Potenzfunktion $F(w) = a \cdot w^n$ mit dieser Wertetabelle gibt, indem Sie a und n bestimmen.

Aufgabe 3 10 Punkte

Berechnen Sie x aus der Gleichung

$$\sqrt{2x-5} - \sqrt{x+2} = 0$$

und machen Sie die Probe.

Aufgabe 4 13 Punkte

Bestimmen Sie x aus der Gleichung

$$\log x + \log(x+1) = \log 12 .$$

Aufgabe 5 12 Punkte

Peter wird in fünf Jahren 30.000 € erben. Er will sich seinen Traum von einem Sportwagen jedoch bereits heute erfüllen und deshalb einen Kredit aufnehmen und ihn nach fünf Jahren mit der erhaltenen Erbschaft tilgen. Ihm stehen zwei Möglichkeiten offen:

1. Sein reicher Freund Michael würde ihm Geld zu folgenden Konditionen leihen:

   Zinssatz: 5,2 % bei einfacher Verzinsung
   Rückzahlung: 30.000 € nach fünf Jahren inklusive aller Zinsen

2. Eine Bank würde ihm einen sehr günstigen Kredit mit einem Zinssatz von 5 % gewähren.

a) Welchen Betrag in Euro könnte Peter sich von Michael leihen? **6 Pkte**

b) Wie hoch ist der Kredit, den die Bank Peter gewähren würde? **6 Pkte**

Aufgabe 6 8 Punkte

Herr Findeklee hat bei einer Bank durch jährlich nachschüssige Raten von 1.000 € bei einer konstanten Verzinsung von 6,0 % im Laufe der Jahre 54.864,51 € angespart.

Wie viele Jahre hat Herr Findeklee seine Raten an die Bank überwiesen?

Aufgabe 7 14 Punkte

Frau Konrad zahlt für eine spätere Rente 35 Jahre monatlich nachschüssig 60 € bei einer Verzinsung von 6,5 % an ihre Bank.

a) Berechnen Sie den Betrag, welcher jährlich (nachschüssig) der monatlichen Rate von 60 € äquivalent ist. **7 Pkte**

b) Berechnen Sie den Rentenendwert nach Ablauf der 35 Jahre. **7 Pkte**

Aufgabe 8 19 Punkte

Herr Grabenzeh hat ein Darlehen über 160.000 € mit einem Zinssatz von 7 % p. a. zu tilgen. Jeweils zum Jahresende zahlt er 15.000 € (inklusive anfallender Zinsen) ein.

a) Nach wieviel Jahren ist das Darlehen getilgt? **6 Pkte**

b) Geben Sie die Restschuld und die Zinsen an, die im letzten Tilgungsjahr zu entrichten sind. **13 Pkte**

FFH • FERN-FACHHOCHSCHULE • HAMBURG
STAATLICH ANERKANNTE FACHHOCHSCHULE

Korrekturrichtlinie zur Studienleistung
Wirtschaftsmathematik am 10.11.2001
Betriebswirtschaft
BW-WMT-S12 – 011110

Um größtmögliche Gerechtigkeit zu erreichen, ist nachfolgend zu jeder Aufgabe eine Musterlösung inklusive der Verteilung der Punkte auf Teilaufgaben bzw. Lösungsschritte zu finden. Natürlich ist es nicht möglich, jede denkbare Lösung anzugeben. Stoßen Sie daher bei der Korrektur auf einen anderen als den angegebenen Lösungsweg, so nehmen Sie bitte die Verteilung der Punkte auf die einzelnen Lösungsschritte sinngemäß vor. Sind in der Musterlösung die Punkte für eine Teilaufgabe summarisch angegeben, so ist die Verteilung dem Korrektor überlassen. Rechenfehler sollten nur zur Abwertung des betreffenden Teilschrittes führen. Wird also mit einem falschen Zwischenergebnis richtig weitergerechnet, so sind die hierfür vorgesehenen Punkte zu erteilen.

Die Bewertung einer ***Studienleistung*** erfolgt ***undifferenziert*** mit „bestanden“ oder „nicht bestanden“.

Punktzahl		Ergebnis
von	bis einschl.	
50	100	**bestanden**
0	49,5	**nicht** bestanden

Die Studienleistung gilt als bestanden, wenn mindestens **fünfzig** Punkte erreicht wurden.

Lösung 1 vgl. SB 1; Kap. 2.3.6 und 2.3.7 10 Punkte

Termumformung liefert:

$$\frac{x^{n-2}\cdot x^{4n}\cdot x^{2n-4}}{x^{-2n}\cdot x^{2n-2}\cdot x^{3n-1}} : \frac{x^{-4}}{x^{0}} = \frac{x^{n-2+4n+2n-4}}{x^{-2n+2n-2+3n-1}} : \frac{1}{x^{4}} \qquad \text{(2 Pkte)}$$

$$= \frac{x^{7n-6}}{x^{3n-3}} : \frac{1}{x^{4}} \qquad \text{(2 Pkte)}$$

$$= x^{7n-6-3n+3}\cdot x^{4} \qquad \text{(2 Pkte)}$$

$$= x^{4n-3+4} \qquad \text{(2 Pkte)}$$

$$= \underline{\underline{x^{4n+1}}} \qquad \text{(2 Pkte)}$$

Lösung 2 vgl. SB 4; Kap. 4.1 14 Punkte

Aus $F(5) = 15$ folgt $a\cdot 5^{n} = 15$ (I) (2 Pkte)

Aus $F(8) = 38{,}4$ folgt $a\cdot 8^{n} = 38{,}4$ (II) (2 Pkte)

Aus (I) ergibt sich: $a = \frac{15}{5^{n}}$ (III) (1 Pkt)

Einsetzen in (II):

$$\frac{15}{5^{n}}\cdot 8^{n} = 38{,}4 \qquad \text{(2 Pkte)}$$

$$\left(\frac{8}{5}\right)^{n} = \frac{38{,}4}{15}$$

$$1{,}6^{n} = 2{,}56 \qquad \text{(2 Pkte)}$$

Gleichung logarithmieren zu einer beliebigen Basis und auflösen nach n:

$$n = \frac{\log 2{,}56}{\log 1{,}6}$$

$$\underline{\underline{n = 2}} \qquad \text{(2 Pkte)}$$

$n = 2$ in (III) einsetzen liefert: $\underline{\underline{a = 0{,}6}}$. (2 Pkte)

Damit steht die Potenzfunktion fest: $\underline{\underline{F(w) = 0{,}6\cdot w^{2}}}$. (1 Pkt)

Einsetzen der Wertepaare 3 und 4 bestätigen diese Potenzfunktion:

$$0{,}6\cdot 12^{2} = 86{,}4 \text{ und } 0{,}6\cdot 18^{2} = 194{,}4.$$

Lösung 3 vgl. SB 1; Kap. 2.4.5 10 Punkte

$\sqrt{2x-5}-\sqrt{x+2}=0$ (I)

Zweite Wurzel auf die rechte Seite bringen und beide Seiten quadrieren:

$$\sqrt{2x-5}=\sqrt{x+2} \quad \Big|^2$$

$$2x-5=x+2$$ (4 Pkte)

$$\underline{\underline{x=7}}$$ (2 Pkte)

Probe: Einsetzen der Lösung $x=7$ in die Ausgangsgleichung (I):

$$\sqrt{2\cdot 7-5}-\sqrt{7+2}=0$$ (2 Pkte)

$$\sqrt{9}-\sqrt{9}=0$$

$$0=0$$ (2 Pkte)

Damit löst $x=7$ die Wurzelgleichung.

Lösung 4 vgl. SB 1; Kap. 2.3.8 und 2.4.7 13 Punkte

Anwendung der Logarithmusgesetze:

$$\log(x(x+1))=\log 12$$ (3 Pkte)

Potenzieren mit der Basis 10:

$$x(x+1))=12$$ (3 Pkte)

$$x^2+x=12$$

$$x^2+x-12=0$$ (2 Pkte)

Umformen (Zerlegung in Linearfaktoren) liefert $(x+4)(x-3)=0 \Rightarrow x_1=-4$ und $x_2=3$ (4 Pkte)

(Lösung der quadratischen Gleichung auch über (p,q)-Formel möglich)

Da der Logarithmus nur von einer positiven Zahl definiert ist, gilt als Lösung $\underline{\underline{x_2=3}}$. (1 Pkt)

Lösung 5 — vgl. SB 2; Kap. 2.2 und 2.3 — 12 Punkte

a) Barwert bei einfacher Verzinsung **6 Pkte**

Barwert K_0 bei einfacher Verzinsung nach [2-3]: $K_0 = \frac{K_n}{1+n\cdot i}$ (2 Pkte)

Einsetzen von $K_n = 30.000$ €, $i = 0{,}052$ und $n = 5$ liefert

$$K_0 = \frac{30.000}{1+5\cdot 0{,}052}\ € \quad \text{(3 Pkte)}$$

$$\underline{\underline{K_0 = 23.809{,}52}}\ €. \quad \text{(1 Pkt)}$$

Peter könnte sich von Michael 23.809,52 € leihen.

b) Barwert bei Verzinsung mit Zinseszinsen **6 Pkte**

Barwert K_0 bei Verzinsung mit Zinseszinsen nach [2-8]: $K_0 = \frac{K_n}{q^n}$ (2 Pkte)

Einsetzen von $K_n = 30.000$ €, $q = 1{,}05$ und $n = 5$ liefert

$$K_0 = \frac{30.000}{1{,}05^5}\ € \quad \text{(3 Pkte)}$$

$$\underline{\underline{K_0 = 23.505{,}79}}\ €. \quad \text{(1 Pkt)}$$

Die Bank würde Peter einen Kredit von 23.505,79 € gewähren.

Lösung 6 — vgl. SB 2; Kap. 3.2 — 8 Punkte

Die Laufzeit einer Rente bei bekannter Ratenhöhe und bekanntem Rentenendwert errechnet sich nach [3-5]:

$$n = \frac{\log\left[\frac{R_n}{r}(q-1)+1\right]}{\log q} \quad \text{(4 Pkte)}$$

Einsetzen von $R_n = 54.864{,}51$ €, $r = 1.000$ € und $q = 1{,}06$ liefert

$$n = \frac{\log\left[\frac{54.864{,}51}{1.000}(1{,}06-1)+1\right]}{\log 1{,}06} \quad \text{(3 Pkte)}$$

$$\underline{\underline{n = 25}}\,. \quad \text{(1 Pkt)}$$

Herr Findeklee hat seine Raten über einen Zeitraum von 25 Jahren an die Bank überwiesen.

Lösung 7 vgl. SB 2; Kap. 3.2 und SB 3; Kap. 1.1 14 Punkte

a) Jahresersatzrate **7 Pkte**

Die Jahresersatzrate r_E errechnet sich nach [1-2] aus SB 3 zu:

$$r_E = r[m + \tfrac{i}{2}(m-1)]$$ (3 Pkte)

Einsetzen von $r = 60$ €, $m = 12$ und $i = 0{,}065$ führt zu

(3 Pkte)

$$r_E = 60[12 + \frac{0{,}065}{2}(12-1)] \text{ €}$$

$$\underline{\underline{r_E = 741{,}45}} \text{ €.}$$ (1 Pkt)

741,45 € sind der monatlichen Rate von 60 € äquivalent.

b) Rentenendwert **7 Pkte**

Der Rentenendwert R_n errechnet sich mit SB 2 nach [3-1] aus SB 2 zu:

$$R_n = r \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$ (3 Pkte)

Einsetzen von $r = r_E = 741{,}45$ €, $n = 35$ und $q = 1{,}065$ liefert

(3 Pkte)

$$R_{35} = 741{,}45 \cdot \frac{1{,}065^{35} - 1}{1{,}065 - 1} \text{ €}$$

$$\underline{\underline{R_{35} = 91.965{,}52}} \text{ €.}$$ (1 Pkt)

Der Rentenendwert beträgt 91.965,52 €.

Lösung 8 vgl. SB 3; Kap. 2.3 19 Punkte

a) Tilgungsdauer **6 Pkte**

Die Laufzeit n errechnet sich nach [2-19] zu:

$$n = \frac{\log A - \log T_1}{\log q}$$ (2 Pkte)

Einsetzen von $A = 15.000$ €, $T_1 = (15.000 - 160.000 \cdot 0{,}07)$ € $= 3.800$ € und $q = 1{,}07$ liefert (2 Pkte)

$$\underline{\underline{n}} = \frac{\log 15.000 - \log 3.800}{\log 1{,}07} = \underline{\underline{20{,}294}} \,.$$ (2 Pkte)

Das Darlehen ist nach 20,294 Jahren getilgt.

b) Restschuld und Zinsen **13 Pkte**

Herr Grabenzeh muss 20 Jahre lang die Annuität in Höhe von 15.000 € zahlen. Die Restschuld wird nach [2-20] berechnet mit:

$$T_r = S \cdot q^{n^*} - A \frac{q^{n^*} - 1}{q - 1}$$ (2 Pkte)

Einsetzen von $S = 160.000$ €, $n^* = 20$, $q = 1{,}07$, $r = 21$ und $A = 15.000$ € liefert

$$T_{21} = 160.000 \cdot 1{,}07^{20} - 15.000 \frac{1{,}07^{20} - 1}{1{,}07 - 1}$$ (4 Pkte)

$$\underline{\underline{T_{21} = 4.217{,}13}} \text{ €.}$$ (1 Pkt)

Am Ende des 21-ten Jahres sind die Restschuld in Höhe von 4.217,13 € sowie die darauf entfallenden Zinsen zu zahlen.

Die Zinsen errechnen sich nach der Formel [2-21] zu:

$$Z_r = T_r (q - 1)$$ (2 Pkte)

Einsetzen von $r = 21$, $q = 1{,}07$ und $T_{21} = 4.217{,}13$ € führt zu

$$Z_{21} = 4.217{,}13 \text{ €} \cdot (1{,}07 - 1)$$ (3 Pkte)

$$\underline{\underline{Z_{21} = 295{,}20}} \text{ €}$$ (1 Pkt)

Die entfallenden Zinsen betragen 295,20 €.